Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
Z OPERONEM
MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD 2017

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–23.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (24.–32.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–23. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 \frac{1}{\sqrt{8}}$ jest równa:

A. $-\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $-\frac{1}{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $a=\frac{14\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3}$ należy do przedziału:

A. $(-\infty,-13)$ **B.** $\langle -13,-12)$ **C.** $(12,13\rangle$ **D.** $(13,+\infty)$

Zadanie 3. (0–1)

Reszta z dzielenia liczby naturalnej x przez 9 jest równa 7. Reszta z dzielenia kwadratu tej liczby przez 9 jest równa:

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

Zadanie 4. (0–1)

Prosta l przechodzi przez punkty $A=(6,-7), B=(-10,3)$. Prosta k jest symetralną odcinka AB. Współczynnik kierunkowy prostej k jest równy:

A. $-\frac{8}{5}$ **B.** $\frac{8}{5}$ **C.** $\frac{5}{8}$ **D.** $-\frac{5}{8}$

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n=\frac{2n+1}{n+3}$. Liczby a_3, a_5 są wyrazami tego ciągu, a liczby (a_3,x,a_5) tworzą ciąg arytmetyczny. Liczba x jest równa:

A. $x=\frac{61}{48}$ **B.** $x=\frac{61}{96}$ **C.** $x=\frac{69}{96}$ **D.** $x=\frac{69}{48}$

Zadanie 6. (0–1)

Dana jest funkcja określona wzorem $y=x^2-4\sqrt{3}x+12$. Trzecia potęga jedynego miejsca zerowego tej funkcji to liczba:

A. $8\sqrt{3}$ **B.** 24 **C.** $24\sqrt{3}$ **D.** 12

Zadanie 7. (0–1)

Do wykresu funkcji wykładniczej $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ należy punkt:

A. $A=\left(-\frac{1}{2},-2\right)$ **B.** $A=\left(-\frac{1}{2},2\right)$ **C.** $A=\left(2,\frac{1}{2}\right)$ **D.** $A=\left(2,-\frac{1}{2}\right)$

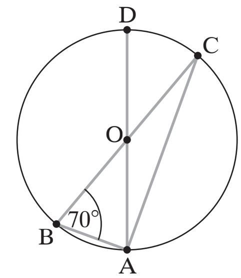
BRUDNOPIS (***nie podlega ocenie***)

Zadanie 8. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny o wyrazach różnych od 0. Suma siódmego i ósmego wyrazu tego ciągu jest równa 0. Oznacza to, że suma tysiąca początkowych wyrazów tego ciągu jest równa:

A. $1000a_1$ **B.** $1001a_1$ **C.** 10 **D.** 0

Zadanie 9. (0–1)



Punkty A, B, C, D należą do okręgu o środku O. Jeśli kąt ABC ma miarę $70°$, to kąt DAC ma miarę:

A. $70°$ **B.** $50°$
C. $40°$ **D.** $20°$

Zadanie 10. (0–1)

Trójkąty ABC i DEF są podobne. Obwód trójkąta ABC jest równy 16, a jego pole 12. Pole trójkąta DEF jest równe 60. Zatem obwód trójkąta DEF jest równy:

A. 80 **B.** $16\sqrt{5}$ **C.** $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{16}{5}$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji $f(x) = (4m-2)x + k - 3$ przechodzi tylko przez II i IV ćwiartkę układu współrzędnych. Oznacza to, że:

A. $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ k = -3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ k = -3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ k = 3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ k = 3 \end{cases}$

Zadanie 12. (0–1)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez symetrię osiową względem osi OX wykresu funkcji $f(x) = x^2 - 4$, to:

A. $f(x) = (x+4)^2$ **B.** $f(x) = -x^2 - 4$ **C.** $f(x) = -x^2 + 4$ **D.** $f(x) = (x-4)^2$

Zadanie 13. (0–1)

Wyrażenie wymierne $W = \frac{x-3}{x^2-4x+4}$ jest określone dla

A. $x \in R$ **B.** $x \in \setminus\{3\}$ **C.** $x \in R \setminus \{2\}$ **D.** $x \in R \setminus \{-2, 2\}$

Zadanie 14. (0–1)

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne różnią się o 4, a jeden z kątów ma miarę $30°$. Krótsza przyprostokątna tego trójkąta ma długość:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{6}$ **C.** $2\sqrt{3} - 2$ **D.** $2\sqrt{3} + 2$

Zadanie 15. (0–1)

Rozwiązaniem nierówności $(3x+9)^2 > 0$ jest:

A. zbiór R **B.** zbiór pusty **C.** zbiór $R \setminus \{-3\}$ **D.** zbiór $R \setminus \{-9\}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 16. (0–1)

Jeśli $A = (-\infty, 0)$ i $B = \langle 0, 5\rangle$, to różnica przedziałów B i A jest równa:

A. $(-\infty, 0)$ **B.** $(-\infty, 0\rangle$ **C.** $(0, 5\rangle$ **D.** $\langle 0, 5\rangle$

Zadanie 17. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 4 i 6. Pole tego trójkąta jest równe $3\sqrt{15}$. Oznacza to, że jeśli kąt między bokami o długościach 4 i 6 ma miarę $\alpha > 90°$, to:

A. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ **C.** $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ **D.** $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$

Zadanie 18. (0–1)

Rzucono cztery razy monetą. Prawdopodobieństwo tego, że wypadnie co najwyżej 1 orzeł, jest równe:

A. $\frac{2}{8}$ **B.** $\frac{5}{16}$ **C.** $\frac{4}{8}$ **D.** $\frac{4}{16}$

Zadanie 19. (0–1)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym o przeciwprostokątnej długości 12. Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe:

A. $6\pi\left(1+\sqrt{2}\right)$ **B.** $36\pi\left(1+\sqrt{2}\right)$ **C.** 24π **D.** 36π

Zadanie 20. (0–1)

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego wyraża się wzorem $S_n = 3n^2 + 4n$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy:

A. 45 **B.** 31 **C.** 21 **D.** 11

Zadanie 21. (0–1)

Funkcja $f(x) = (m+3)x^2 + 16x + 5$ osiąga wartość największą dla $x = 2$. Oznacza to, że największa wartość tej funkcji jest równa:

A. -7 **B.** -14 **C.** 14 **D.** 21

Zadanie 22. (0–1)

Sześcian $ABCDA'B'C'D'$ przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną BD dolnej podstawy i wierzchołek C' górnej podstawy. Jeśli a jest krawędzią tego sześcianu, to pole otrzymanego przekroju jest równe:

A. $\frac{1}{2}a^2\sqrt{2}$ **B.** $\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$ **C.** $\frac{1}{2}a^2\sqrt{5}$ **D.** $\frac{1}{2}a^2\sqrt{6}$

Zadanie 23. (0–1)

Jeśli $x + \frac{1}{x} = 6$, to:

A. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2\sqrt{6}$ **B.** $x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{6}$ **C.** $x^2 + \frac{1}{x^2} = 36$ **D.** $x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 24.–32. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 24. (0–2)

Rozwiąż nierówność $(4x-1)^2 < (2-5x)^2$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 25. (0–2)

Narysuj wykres funkcji $f(x) = 2^x - 3$. Podaj zbiór wartości tej funkcji.

Odpowiedź: ....

Zadanie 26. (0–2)

Wykaż, że jeśli liczba rzeczywista a spełnia warunek $a<1$, to $\frac{1}{1-a}\geq 4a$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)

Wyznacz współczynniki b, c we wzorze funkcji $f(x)=x^2+bx+c$, jeśli wiesz, że miejsca zerowe tej funkcji są równe (-4) i 2.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że jeśli liczby $\left(3^a, 3^b, 3^c\right)$ tworzą ciąg geometryczny, to liczby (a, b, c) tworzą ciąg arytmetyczny.

Zadanie 29. (0–2)

Rzucono trzy razy sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest równa co najmniej 16.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–4)

Wyznacz długość boku kwadratu wpisanego w trójkąt równoboczny o boku a w ten sposób, że jeden bok kwadratu jest zawarty w boku trójkąta, a dwa wierzchołki kwadratu należą do pozostałych boków trójkąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–5)

Dane są punkty $A=(4,2)$ i $B=(1,-3)$. Wyznacz współrzędne punktu C należącego do osi OY, tak aby $|\angle ACB|=90°$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–6)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny o dolnej podstawie ABC i górnej $A'B'C'$. Przekątna ściany bocznej tworzy z krawędzią podstawy kąt $60°$. Pole ściany bocznej graniastosłupa jest równe $2\sqrt{3}$. Oblicz pole trójkąta ABC'.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-504-9
9 788378 795049